Prof. Dr. Alfred Toth

Gerichtete Objekte

1. Die Idee, gerichtete Objekte zu konstruieren wurde durch das Kapitel „Der gerichtete Raum“ in Joedicke (1985, S. 84 ff.) inspiriert. Ein gerichteter Graph ist ein Graph, dessen Linien durch Pfeile ersetzt werden. Eigentlich sollte schon von hierher die Idee, die Richtung von Zeichen- und Realitätsrelationen einzuführen, auf der Hand gelegen haben. Zeichenklassen sind z.B. als „semiotische Diamanten“ gerichtet (vgl. Toth 2008, S. 177 ff.), d.h. es handelt sich um gerichtete Mengen von Relationen, denn jede Zeichenklasse der Form

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

lässt 6 Permutationen zu, bei denen je 2 Transpositionen „gerichtet“ sind:

(3.a 2.b 1.c)
(3.a 1.c 2.b)
(2.b 3.a 1.c)
(2.b 1.c 3.a)
(1.c 3.a 2.b)
(1.c 2.b 3.a),

wobei die Richtungen folgendermassen dargestellt werden können:

(	3.a	← (2.b 1.c)	(c.1 b.2) →	a.3	)
(	3.a	← (1.c 2.b)	(b.2 c.1) →	a.3	)
(	2.b	← (3.a 1.c)	(c.1 a.3) →	b.2	)
(	2.b	← (1.c 3.a)	(a.3 c.1) →	b.2	)
(	1.c	← (3.a 2.b)	(b.2 a.3) →	c.1	)
(	1.c	← (2.b 3.a)	(a.3 b.2 →	c.1	)

Zu jeder dieser 6 durch die Permutation der Relationenmengen induzierten Richtungen gibt es jedoch, wie in Toth (2009a) gezeigt, nochmals 8 Richtungskombinationen:

[3→a 2→b 1→c]	[c←1 b←2 a←3]
[3→a 2→b 1←c]	[c←1 b←2 a→3]
[3→a 2←b 1→c]	[c←1 b→2 a←3]
[3←a 2→b 1→c]	[c→1 b←2 a←3]
[3→a 2←b 1←c]	[c←1 b→2 a→3]
[3←a 2←b 1→c]	[c→1 b→2 a←3]
[3←a 2→b 1←c]	[c→1 b←2 a→3]
[3←a 2←b 1←c]	[c→1 b→2 a→3],

welche durch die Domänen und Codomänen der Objekte der Abbildungen induziert sind, d.h. jede Zeichenklasse und jede Realitätsthematiken kann als je 48 gerichtete Zeichenrelationen dargestellt werden.

2. Dies gilt selbstredend auch, wenn man von

$OR = (\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I})$

ausgeht und zuerst die 6 Permutationen der kategorialen Relationen

$(\mathcal{I}.a\ \Omega.b\ \mathcal{M}.c)$
$(\mathcal{I}.a\ \mathcal{M}.c\ \Omega.b)$
$(\Omega.b\ \mathcal{I}.a\ \mathcal{M}.c)$
$(\Omega.b\ \mathcal{M}.c\ \mathcal{I}.a)$
$(\mathcal{M}.c\ \mathcal{I}.a\ \Omega.b)$
$(\mathcal{M}.c\ \Omega.b\ \mathcal{I}.a)$

und hernach die je 8 Permutationen der kategorialen Morphismen bildet:

$[\mathcal{I}\rightarrow a\ \Omega\rightarrow b\ \mathcal{M}\rightarrow c]$	$[c\leftarrow 1\ b\leftarrow\Omega\ \mathcal{M}\leftarrow\mathcal{I}]$
$[\mathcal{I}\rightarrow a\ \Omega\rightarrow b\ \mathcal{M}\leftarrow c]$	$[c\leftarrow 1\ b\leftarrow\Omega\ \mathcal{M}\rightarrow\mathcal{I}]$
$[\mathcal{I}\rightarrow a\ \Omega\leftarrow b\ \mathcal{M}\rightarrow c]$	$[c\leftarrow 1\ b\rightarrow\Omega\ \mathcal{M}\leftarrow\mathcal{I}]$

$[\mathcal{I}\leftarrow a\ \Omega\rightarrow b\ \mathcal{M}\rightarrow c]$ $\quad$ $[c\rightarrow 1\ b\leftarrow\Omega\ \mathcal{M}\leftarrow\mathcal{I}]$
$[\mathcal{I}\rightarrow a\ \Omega\leftarrow b\ \mathcal{M}\leftarrow c]$ $\quad$ $[c\leftarrow 1\ b\rightarrow\Omega\ \mathcal{M}\rightarrow\mathcal{I}]$
$[\mathcal{I}\leftarrow a\ \Omega\leftarrow b\ \mathcal{M}\rightarrow c]$ $\quad$ $[c\rightarrow 1\ b\rightarrow\Omega\ \mathcal{M}\leftarrow\mathcal{I}]$
$[\mathcal{I}\leftarrow a\ \Omega\rightarrow b\ \mathcal{M}\leftarrow c]$ $\quad$ $[c\rightarrow 1\ b\leftarrow\Omega\ \mathcal{M}\rightarrow\mathcal{I}]$
$[\mathcal{I}\leftarrow a\ \Omega\leftarrow b\ \mathcal{M}\leftarrow c]$ $\quad$ $[c\rightarrow 1\ b\rightarrow\Omega\ \mathcal{M}\rightarrow\mathcal{I}]$

Da nun fast kein Unterschied besteht zwischen einem Objekt und einem Raum, da wenigstens in der Topologie jedes Objekt dadurch zu einem topologischen Raum gemacht werden kann, indem seine Menge als Umgebung zu ihm als Element gebildet wird, d.h.

Sem. Raum = U(sem. Obj..)
bzw.
SR = $\{\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{I}\}$,

sind also sämtliche obigen gerichteten Objektstrukturen zugleich Modelle für gerichtete Räume.

3. Hier ist allerdings noch ein „Detail“ zu bedenken. Wie bekannt, gibt es 2 Typen semiotischer Objekte: die Zeichenobjekte

ZO = $(\langle M, \mathcal{M}\rangle, \langle O, \Omega\rangle, \langle I, \mathcal{I}\rangle)$

und die Objektzeichen.

OZ = $(\langle \mathcal{M}, M\rangle, \langle \Omega, O\rangle, \langle \mathcal{I}, I\rangle)$.

Die Beziehung beider ist nun derart, dass gilt (vgl. Toth 2009b)

$\times(ZO) = U(OZ)$
$\times(OZ) = U(ZO)$,

d.h. wir brauchen nur die gerichteten Räume für eines der beiden semiotischen Objekte zu konstruieren und gewinnen dadurch durch einfache Inversion die gerichteten Räume für das andere semiotische Objekt.

Gehen wir also aus von OZ, so haben wir

$(<\mathcal{M} \square M>, <\Omega \square O>, <\mathcal{J} \square I>)$
$(<\mathcal{M} \square M>, <\mathcal{J} \square I>, <\Omega \square O>)$
$(<\Omega \square O>, <\mathcal{M} \square M>, <\mathcal{J} \square I>)$
$(<\Omega \square O>, <\mathcal{J} \square I>, <\mathcal{M} \square M>)$
$(<\mathcal{J} \square I>, <\mathcal{M} \square M>, <\Omega \square O>)$
$(<\mathcal{J} \square I>, <\Omega \square O>, <\mathcal{M} \square M>)$,

gehen wir jedoch von ZO, so bekommen wir

$(<M \square \mathcal{M}>, <O \square \Omega>, <I \square \mathcal{J}>)$
$(<M \square \mathcal{M}>, <I \square \mathcal{J}>, <O \square \Omega>)$
$(<O \square \Omega>, <M \square \mathcal{M}>, <I \square \mathcal{J}>)$
$(<O \square \Omega>, <I \square \mathcal{J}>, <M \square \mathcal{M}>)$
$(<I \square \mathcal{J}>, <M \square \mathcal{M}>, <O \square \Omega>)$
$(<I \square \mathcal{J}>, <O \square \Omega>, <M \square \mathcal{M}>)$,

wobei $\square$ entweder für $\rightarrow$ oder für $\leftarrow$ steht, d.h. es gibt wiederum pro semiotisches Objekt 8 Abbildungs-Permutationen.

Bibliographie

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985
Taut, Bruno, Die Stadtkrone. Jena 1919
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Objektsabbildungen In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009a)
Toth, Alfred, Die Realitätsthematiken von semiotischen Objekten In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009b)

15.10.2009